

1. Ondas eletromagnéticas no vácuo

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (1)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Fazendo

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) = - \frac{\partial}{\partial t} (\vec{\nabla} \times \vec{B}) \quad (2)$$

$$\vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \vec{\nabla}^2 \vec{E} = - \frac{\partial}{\partial t} \left(\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)$$

Como $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0$

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

3 eq. da onda
unidimensionais

(3)

Fazendo

$$\nabla \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} (\vec{\nabla} \times \vec{E}) \quad (4)$$

$$\vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) - \vec{\nabla}^2 \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \left(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right)$$

como $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$

$$\vec{\nabla}^2 \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{B} \quad \left. \begin{array}{l} \text{3 eq.s de onda} \\ \text{unidimensionais} \end{array} \right\} (5)$$

ou seja eqs do tipo

$$\vec{\nabla}^2 f = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} \quad (6)$$

onde $v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = c$

2. Ondas eletromagnéticas na matéria

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (7)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

onde, se o meio é linear,

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad (8)$$

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu} \vec{B} \quad (9)$$

então as Eqs. (1)

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (10)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Nesse caso

$$\begin{array}{ccc} \mu_0 \epsilon_0 & \longrightarrow & \mu \epsilon \\ \text{(vácuo)} & & \text{(matéria)} \end{array}$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}} \frac{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = \frac{c}{n} \quad (11)$$

onde $n = \sqrt{\frac{\epsilon \mu}{\epsilon_0 \mu_0}} \quad (12)$

n índice de refração do material. Como

para muitos materiais $\mu_0 \approx \mu$, logo

$$n = \epsilon_r = \sqrt{\frac{\epsilon}{\epsilon_0}} \quad (13)$$

Nessas condições

$$u = \frac{1}{2} \left(\epsilon E^2 + \frac{1}{\mu} B^2 \right) \quad (14)$$

e o vector de Poynting e'

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu} \vec{E} \times \vec{B} \quad (15)$$